

## ANNEXE

### Formules mathématiques

#### Le poids unitaire du produit

$p_1$ , poids unitaire en carbonnes du produit vendu, est la somme des intrants nécessaires divisée par le nom d'unités vendues. Si  $k_{i1}$  et  $p_{i1}$  sont les quantités et les poids des intrants  $i$  nécessaires à la production d'une unité vendue l'année 1 :

$$p_1 = \sum_i p_{i1} k_{i1}$$

#### La variation d'empreinte

Avec les notations précédentes, et  $Q_1$  et  $Q_2$  pour les quantités vendues les années 1 et 2, la variation d'empreinte peut se présenter comme un effet Poids unitaire des ventes et un effet Quantités vendues :

$$p_1 Q_1 - p_2 Q_2 = Q_1 (p_1 - p_2) + p_2 (Q_1 - Q_2)$$

#### La décarbonation liée au poids unitaire des ventes<sup>9</sup> $Q_1(p_1 - p_2)$

Si  $k_{i2}$  et  $p_{i2}$  sont les quantités et les poids des intrants  $i$  nécessaires à la production d'une unité l'année 2, on a :

$$Q_1 (p_1 - p_2) = Q_1 \sum_i (p_{i1} k_{i1} - p_{i2} k_{i2}) = Q_1 \sum_i [p_{i1} (k_{i1} - k_{i2}) + k_{i2} (p_{i1} - p_{i2})]$$

après élimination de la composante due à l'action des chaînes de Fournisseurs en amont, c'est-à-dire le terme  $Q_1 \sum_i [k_{i2} (p_{i1} - p_{i2})]$  il vient :

$$\text{Premier terme de décarbonation : } Q_1 \sum_i p_{i1} (k_{i1} - k_{i2}) = Q_1 p_1 - Q_1 \sum_i p_{i1} k_{i2}$$

---

<sup>9</sup> Les notations sont celles utilisées pour les poids en carbonnes, mais la nomenclature des produits utilisée pour suivre la décarbonation du producteur peut être plus agrégée que celle utilisée pour suivre les poids de ses produits (par exemple pour un constructeur automobile : le total des voitures vendues pour la première, le total par modèle de voitures pour la seconde).

## La décarbonation liée aux quantités vendues $p_2(Q_1 - Q_2)$

### L'effet Substitution

Si  $\overline{p_2}$  est le poids moyen unitaire de ce produit durant l'année 2, il vient :

Deuxième terme de décarbonation :  $(p_2 - \overline{p_2}) \cdot (Q_1 - Q_2)$

### L'effet Rebond

Si  $x$  est la variation anticipée du marché (en pourcentage, positive ou négative) et  $S_1$  et  $S_2$  les quantités totales vendues respectivement l'année 1 et l'année 2, il vient :

Troisième terme de la décarbonation :  $x p_2 Q_2 = \frac{S_1 - S_2}{S_2} p_2 Q_2$

### On retrouve le caractère additif de la formule.

La somme des décarbonations de toutes les entreprises  $E$  fabriquant un même produit est égale à la différence de leurs empreintes totales corrigée d'un terme correspondant à l'effet Poids unitaire des intrants, reflétant la décarbonation des chaînes de fournisseurs et omis dans la mesure de l'effet Poids unitaires des ventes. En revanche, les effets Substitution et Rebond s'annulent.

Soit  $F_1$  l'empreinte totale de toutes les entreprises fabriquant le produit considéré l'année 1 et  $F_2$  cette empreinte l'année 2.

Remarquons tout d'abord que :

$$S_1 = \sum_E Q_1 \quad , \text{ de même, } S_2 = \sum_E Q_2$$

$$F_1 = \sum_E Q_1 p_1 = S_1 \overline{p_1} \quad , \text{ de même } F_2 = \sum_E Q_2 p_2 = S_2 \overline{p_2}$$

Nous avons vu que la décarbonation d'une entreprise est la somme de trois termes :

La somme de tous les premiers termes est :

$$(1) \sum_E Q_1 \sum_i p_{i1} (k_{i1} - k_{i2}) = \sum_E Q_1 p_1 - \sum_E Q_1 (\sum_i p_{i1} k_{i2}) = F_1 - \sum_E Q_1 (\sum_i p_{i1} k_{i2})$$

La somme de tous les deuxièmes termes est :

$$(2) \sum_E (p_2 - \overline{p_2}) \cdot (Q_1 - Q_2) = \sum_E p_2 Q_1 - S_2 \overline{p_2} - \overline{p_2} S_1 + \overline{p_2} S_2 = \sum_E p_2 Q_1 - \overline{p_2} S_1$$

La somme de tous les troisièmes termes est :

$$(3) \sum_E \frac{S_1 - S_2}{S_2} p_2 Q_2 = (S_1 - S_2) \overline{p_2}$$

Finalement la somme totale  $D = (1) + (2) + (3)$  est :

$$D = F_1 - \sum_E Q_1 \left( \sum_i p_{i1} k_{i2} \right) + \sum_E p_2 Q_1 - \overline{p_2} S_1 + (S_1 - S_2) \overline{p_2}$$

$$D = F_1 - F_2 + \sum_E Q_1 \left[ p_2 - \left( \sum_i p_{i1} k_{i2} \right) \right]$$