

Formalisation

Soit la population d'une région, supposée stable sur une durée de deux ans. Soit X_t le nombre des décès imputables au covid19 un jour donné, évalué par rapport aux décès le même jour au cours des années pré-pandémie. L'idée de base est qu'une fraction de la population Y_t (e.g. les jeunes et les adultes sans pathologies graves) s'exposent en sortant mais sont invulnérables, tandis qu'une autre fraction Z_t est vulnérable (âge, mauvaise santé). Les décès observés un jour donné, X_t , peuvent être définis comme la différence du nombre des vulnérables ΔZ_t (le risque de décès vaut zéro pour les jeunes et les adultes dans la maturité).

L'accroissement de la population vulnérable, les gazelles, au cours d'un intervalle de temps, $\Delta Z_t / \Delta t = F(Y_t, Z_t)$, dépend de la taille des deux populations. Plus précisément, $F(Y_t, Z_t)$ est proportionnelle au nombre des vulnérables (un taux de mortalité fixe s'applique en cas d'infection) : αZ_t . De plus, hypothèse spécifique de deux sous-populations, $F(Y_t, Z_t)$ est proportionnelle aux rencontres des infectants, Y_t , les porteurs « invulnérables » du virus avec les « vulnérables » Z_t : $\beta Y_t * Z_t$.

En somme, l'accroissement au cours d'un intervalle de temps du nombre de gazelles, ΔZ_t est proportionnel au nombre des gazelles Z_t moins le tribut payé aux prédateurs/infectants :

1/ $\Delta Z_t = \alpha Z_t - \beta (Y_t * Z_t)$, où α et β sont des paramètres >0 ; donc :

2/ $\Delta Z_t / Z_t = \alpha - \beta Y_t$

C'est aussi vrai des décès puisque $X_t = \alpha Z_t$, et donc $\Delta Z_t / Z_t = \Delta X_t / X_t$, d'où :

3/ $\Delta X_t / X_t = \alpha - \beta Y_t$

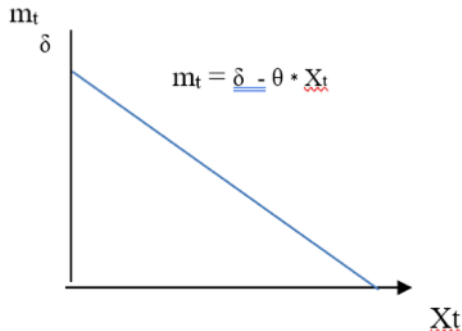
On considère par ailleurs que des individus deviennent des lions, des infectants dangereux, à deux conditions : d'être infectés et de rencontrer des vulnérables. L'accroissement du nombre des infectants ΔY_t dépend de la rencontre d'autres infectants, donc de la mobilité de la fraction « non fragile » de la population Y_t , et de ses rencontres avec des vulnérables Z_t , ce qu'on exprime par le produit $Z_t * Y_t$. Au total :

4/ $\Delta Y_t = \gamma m_t * Y_t + \mu Z_t * Y_t$,

où m_t désigne le niveau des mobilités observées en t (par rapport à une valeur de base m_0).

(formalisation suite)

On suppose de plus que les mobilités, m_t , sont une fonction décroissante du nombre de décès X_t . La relation des mobilités aux décès peut être une exponentielle négative ou simplement une fonction linéaire, par exemple, $m_t = \delta - \theta X_t$, illustrée par le graphique ci-dessous.



Alors :

$$5/ \quad \Delta Y_t = \gamma \cdot [\delta - \theta X_t] Y_t + \mu Z_t \cdot Y_t = \gamma \cdot (\delta - \theta \alpha Z_t) \cdot Y_t + \mu Z_t \cdot Y_t$$

En résumé, l'évolution des nombres des vulnérables et infectants est définie par :

$$2/ \quad \Delta Z_t / Z_t = \alpha - \beta \cdot Y_t,$$

$$\text{et } 5'/ \quad \Delta Y_t / Y_t = \gamma \cdot \delta + (\mu - \gamma \cdot \alpha \cdot \theta) \cdot Z_t; \text{ avec } \theta, \mu, \gamma, \beta \text{ et } \alpha > 0.$$

Ainsi, les taux de croissance des deux populations, vulnérables et infectants, forment un système bien connu en écologie animale. En identifiant les coefficients empiriques α , β , $(\mu - \gamma \cdot \alpha \cdot \theta)$ et $\gamma \cdot \delta$ aux coefficients homologues a , b , c , d des équations du système différentiel qu'ont décrit Lotka et Volterra dans les années 1920, on peut interpréter les relations entre le nombre des décès et les mobilités comme l'expression d'une lutte écologique sur un territoire entre infectants et vulnérables.

Cependant il y a ici une dissociation temporelle.

-Hors période de confinement, l'accroissement du nombre des infectants ΔY_t dépend de la rencontres d'autres infectants, donc de la mobilité de la fraction « non fragile » de la population Y_t , soit :

$$6/ \quad \Delta Y_t / Y_t = [\mu \cdot (\text{mobilités})]_{t < T_c}, \text{ ou de manière équivalente quand l'indicatrice du confinement, } \text{Conf}_t \text{ vaut 0.}$$

-En période de confinement, la population des infectants, dont le nombre à la veille du confinement est à son apogée, ne s'accroît plus. Dans les jours qui suivent, la population des infectants-infectieux décline par réduction de la propension des infectants à excréter le virus. Ce qui peut s'écrire :

$$7/ \quad \Delta Y_t / Y_t = [F(Y_{\text{conf}}) t]_{t \geq T_c}$$

où $F(\cdot)$ est une fonction décroissante de la population infectante à la veille du confinement.

Pour rendre compte des fluctuations du nombre de prédateurs-infectants, il faut articuler les deux processus qui se succèdent dans le temps. Les équations 6/ et 7/ deviennent :

$$8/ \quad Y_t = Y_0 + \left\{ \exp \left[\int_0^t \mu \cdot (\text{mobilités}) dx \right] \right\}_{t < T_c}; Y_t = \left[\exp(\lambda(T_c - t) \cdot Y_c) \right]_{t \geq T_c}$$

Nous donnons dans la maquette présentée ci-dessous, les compléments nécessaires au calcul des décès avec confinement observé et anticipé.

Maquette empirique.

Nous avons traduit ces relations dans une feuille de calcul Excel, pour une année 2020 réduite à 122 jours (au tiers de l'année), en discrétisant les séries. Le nombre des décès un jour donné, noté X_t , est défini par le taux de décès global $(dc_{2020}-dc_{2015-19}/dc_{2015-19})_t$ ce jour-là multiplié par 100 000.

Les infections sont transmises aux vulnérables au moment du confinement. Le stock d'infections portées par les invulnérables, maximum au moment du confinement, s'amenuise avec le temps parallèlement à la quantité de virus excrétée par les infectants. Ces infections engendrent des décès avec une probabilité (*cfr*) de 20%, et ont lieu en moyenne 13 jours après les contaminations des vulnérables. Ce délai, pour les vulnérables, est un temps d'incubation de la mort.

En dehors du confinement, lorsque le virus circule, l'accroissement des infections, assimilée à l'accroissement de la population des infectants, est proportionnelle aux mobilités :

$$9/ \quad \Delta I_t / I_t = \Delta Y_t / Y_t = \mu \cdot (\text{mob3})_t * v_t,$$

où $(\text{mob3})_t$ est la moyenne mobile du ratio des mobilités sur trois jours (par rapport à une valeur de base m_0), et $v(\cdot)$ une indicatrice de la circulation du virus valant 1 quand il circule, 0 sinon.

Les infections s'accumulent pendant la période où les gens sont mobiles et où le virus circule, ce qu'on peut écrire :

$$10/ \quad I_t = Y_t = [(e^{\mu \cdot \sum_{x \in K_t} v(x) * (\text{mob3})^x}], \text{ où } K_t \text{ est la période durant laquelle le virus circule hors confinement}^1.$$

En période de confinement, les infectants perdent leur infectiosité, le taux de (dé)croissance est $\Delta Y_t / Y_t = \lambda$. Ce qui revient à dire que les infections-infectants, Y_t , déclinent en période de confinement selon :

$$11/ \quad I_t = Y_t = [Y_{T_c} * \exp(\lambda(T_c - t))]_{t \geq T_c \text{ \& } t \leq T_c + 13}.$$

Les décès, qui interviennent par la suite, représentent une fraction des infections contractées par les vulnérables – 20% – treize jours plus tôt.

$$12/ \quad DC_t = cfr * I_{t-13} = cfr * Y_{t-13}, \text{ soit encore}$$

$$13/ \quad DC_t = cfr * \{ \exp * [\mu \cdot (\text{mob3})_{t-13} * \sum_{x \in K_{t-13}} v(x)] * \exp(\lambda(T_c - t)) \}_{t \geq T_c \text{ \& } t \leq T_c + 13},$$

où *cfr* désigne le taux de létalité, λ un paramètre positif, T_c la date du confinement, Y_c la population des infectants à la veille du confinement. En dehors des périodes où $t \geq T_c$ & $t \leq T_c + 13$, les décès sont nuls.

¹ On a calculé I_t par la formule itérative : $I_t = \exp [\mu * (\text{mob3})_{t-1} * v_{t-1}] + I_{t-1}$, avec une valeur arbitraire de $I_0=1$; et pris pour taux de létalité *cfr* la valeur 0,2, sachant que le *cfr* observé sur l'ensemble de la population est de l'ordre de 0,02, mais que le *cfr* chez le plus de 75 ans, les proies-gazelles, est proche de 0,2.