

L'argument de la fable et le ressort de la théorie

La théorie économique de la décision face à l'incertain, telle que développée par Von Neumann et Morgenstern [1] puis Savage [2], a pour principe fondateur la maximisation de l'utilité espérée. Si ce principe se montre généralement satisfaisant pour rendre compte des comportements observés, il est néanmoins empiriquement enfreint dans certaines circonstances, qualifiées de paradoxes, notamment ceux d'Allais [3] et d'Ellsberg [4] (voir encadrés 1 et 2). Ces auteurs ont mis en évidence que, relativement au prédicat du modèle théorique, un sujet fait preuve en pratique d'un excès de prudence, lorsqu'il est confronté à un risque de faible ampleur lui faisant craindre une malédiction (paradoxe d'Allais) ; et de même, lorsqu'il fait face à un risque dont la distribution de probabilités n'est pas entièrement objectivable (paradoxe d'Ellsberg). Dans le but de combler l'incomplétude épistémique du modèle standard, plusieurs extensions ont été proposées, notamment par Machina, Quiggin et Yaari. Le lecteur en trouvera une synthèse raisonnée dans Willinger [5]. Le présent essai s'inscrit dans cette lignée de revisites de la théorie séminale, partageant avec elles un même but, celui que les paradoxes deviennent les corollaires d'une théorie élargie ! Au sein de cette famille d'approches, l'originalité de la nôtre consiste à établir un lien explicite entre la représentation du risque en économie et celle de la *dissonance cognitive* en psychosociologie et d'ainsi mieux fonder nos conjectures comportementales.

Sans remettre en cause le bien-fondé du principe de l'utilité espérée, nous formulons l'hypothèse novatrice que la distribution de probabilités dont se sert le décideur pour calculer cette espérance n'est pas toujours indépendante des conséquences du risque, contrairement à ce que postule la théorie standard. Cette distribution peut refléter, le cas échéant, une attitude sécuritaire, tendant à majorer les probabilités des issues les moins favorables et minorer celles des plus favorables. À cet égard, le modèle proposé mobilise le concept de *dissonance cognitive*, dû au psychosociologue Festinger [6]. Notre idée directrice est qu'un sujet, placé dans une situation d'incertitude qu'il juge par trop « inconfortable », peut être disposé à se constituer un *capital de confiance*, au prix de devoir assumer une certaine dissonance cognitive entre :

- d'une part, sa *croyance opératoire*, c'est-à-dire la distribution de probabilités qu'il secrète afin d'évaluer l'utilité espérée du risque ;
- d'autre part, sa *connaissance rationnelle*, c'est-à-dire la distribution de probabilités de référence, objective selon Von Neumann ou subjective selon Savage.

La distribution opératoire, lorsqu'elle ne coïncide pas avec la distribution de référence, traduit un besoin de sécurisation excédant l'aversion naturelle pour le risque, quant à elle exprimée par la concavité de la fonction d'utilité. Cette distribution opératoire induit une dévaluation systématique de l'utilité espérée, relativement à celle qui serait calculée selon la distribution de référence. Une dissonance est ainsi créée entre ce que « sait » le sujet, sans toutefois s'y fier, et ce qu'il se force à croire afin de rationaliser un choix qui sera précautionneux à l'excès. On reconnaît là le renard de la fable de La Fontaine [7], qui renonce à sauter pour cueillir d'appétissants raisins haut perchés, en se convaincant qu'ils sont trop verts, plutôt que possiblement hors de sa portée !

S'agissant de la construction par le sujet de la distribution de probabilités opératoire, nous postulons de manière naturelle qu'elle obéit à un *principe de parcimonie cognitive* : conditionnellement à un capital de confiance *a priori* exigé par le sujet, capital défini comme un « prélèvement » pris sur l'espérance d'utilité, la distribution de probabilités opératoire est celle qui minimise la dissonance cognitive ainsi

engendrée vis-à-vis de la distribution de référence ; cette dissonance est définie comme la distorsion d'information (au sens de Shannon) créée par le sujet pour se donner confiance. La distribution opératoire est ainsi caractérisée, sans ambiguïté, comme celle de « dissonance minimale à capital de confiance fixé ». À cet égard, notre modélisation est conforme au principe général de minimisation des dissonances, tel qu'énoncé par Festinger.

Encadré 1. Paradoxe d'Allais

L'expérience d'Allais procède en deux temps. Il est d'abord demandé à un sujet de choisir entre les deux options suivantes : (A) recevoir 10 000 € avec certitude ; (B) jouer à une loterie offrant de gagner 15 000 € avec 9 chances sur 10 et ne rien gagner avec 1 chance sur 10. On observe que la plupart des individus se focalisent sur la certitude et préfèrent l'option (A). Le sujet est ensuite confronté à deux autres options, entre lesquelles il doit à nouveau choisir : (C) jouer à une loterie promettant un gain de 10 000 € avec 10 chances sur 100 ; (D) jouer à une loterie promettant un gain de 15 000 € avec 9 chances sur 100. On observe que, parmi les sujets qui ont préféré (A) à (B), la grande majorité préfère (D) à (C), le léger surcroît de risque (1 chance sur 100 de gagner en moins) leur paraissant surcompensé par l'accroissement substantiel du gain potentiel (+5 000 €).

Les résultats de cette expérience contredisent la théorie de l'utilité espérée de VNM, en violant un de ses axiomes sous-jacents, l'axiome d'indépendance ou encore de « la chose sûre ». En effet, l'option (C) n'est autre que la loterie composée consistant à gagner le droit à bénéficier de l'option (A) avec 1 chance sur 10 ; et, de même, l'option (D) est la loterie composée consistant à gagner le droit d'accéder à l'option (B) avec également 1 chance sur 10. Autrement dit, une fois « éliminé » le facteur commun à (C) et (D), à savoir une loterie gagnante à 1 chance contre 10, le choix entre ces deux options est réductible à celui entre les options (A) et (B). Donc si (D) est préféré à (C), (B) devrait théoriquement être préféré à (A), contrairement aux observations.

Notre propre théorie permet de résoudre le paradoxe, en postulant que le choix entre (A) et (B), contrairement à celui entre (C) et (D), s'opère sous une température cognitive T finie, et non pas infinie, afin de traduire le biais sécuritaire que manifeste le sujet face à une petite chance (10 %) de perdre très gros (15 000 €) alors que s'offre à lui la perspective certaine d'empocher un gain, certes plus modeste, mais très substantiel (10 000 €). La crainte qu'une malédiction ne s'abatte sur lui rend le sujet précautionneux à l'excès.

Choisissons la fonction d'utilité VNM $u(\cdot)$ de telle façon que $u(0) = 0$, $u(10\,000) = w$ et $u(15\,000) = 1$, avec $2/3 < w < 1$ (la borne inférieure $2/3$ assurant la concavité de $u(\cdot)$). La probabilité de référence de gagner à la loterie (B) vaut $P_B^* = 0,9$ et elle procure l'utilité espérée $U_B^* = P_B^* \cdot 1 = P_B^*$. Puisque la théorie standard prédit contre l'expérience une préférence de la loterie (B) à la certitude (A), on a : $U_A^* = w < U_B^* = P_B^*$.

Sous la température cognitive T , le sujet sous-pondère la probabilité P_B^* , qui devient :

$$P_B = P_B^* / [P_B^* + (1 - P_B^*) \cdot \exp(1/kT)]$$

L'observation expérimentale « (A) est préférée à (B) » est ainsi rationalisée, dès que la température T devient inférieure au seuil critique T_c pour lequel $U_B = P_B = U_A = w$. Le calcul donne :

$$T_c = 1 / \log_2 [(1/w - 1) / (1/P_B^* - 1)]$$

Pour $P_B^* = 0,9$ et, par exemple $w = 3/4$, on obtient $T_c = \ln 2 / \ln 3 \approx 0,631$.

Rappel de la théorie standard

Soit un sujet confronté à un contexte incertain, c'est-à-dire à la perspective *ex ante* de la réalisation *ex post* d'un certain état particulier, parmi M états du monde envisagés *ex ante*, soit $m = 1, 2, \dots, M$. Soit x_m le gain (si $x_m > 0$) ou la perte (si $x_m < 0$) monétaire que procure au sujet la réalisation de l'état m et soit $u(x_m)$ l'utilité retirée de ce gain (ou perte). La fonction d'utilité $u(\cdot)$, dite utilité de Von Neumann-Morgenstern (VNM), est croissante et concave, de façon à traduire une aversion pour le risque¹.

Lorsqu'un contexte incertain est lié à un phénomène aléatoire identifié, dont la loi de probabilité $\mathbf{P}^* = (P^*_1, P^*_2, \dots, P^*_M)$ est connue *a priori*, ce contexte est dit objectivement probabilisable et on parle alors de *loterie*. La théorie standard des choix face à l'incertain énonce dans ce cas que, si le sujet est rationnel, au sens de certains axiomes « naturels » de régularité de ses préférences, alors il est caractérisable par une fonction d'utilité VNM, soit $u(\cdot)$, et il évalue toute loterie à l'aune de son utilité espérée, soit :

$$U^* = \sum_m P^*_m \cdot u(x_m)$$

Une loterie est préférée à une autre si et seulement si la première procure une plus grande utilité espérée que la seconde².

Lorsque le contexte n'est pas objectivement probabilisable à partir d'un phénomène aléatoire sous-jacent, on parle alors de *pari* plutôt que de loterie. Substituant à la rationalité de VNM une rationalité plus puissante, décrite par l'axiomatique de Savage, on montre que le sujet, non seulement est caractérisable par une fonction d'utilité VNM $u(\cdot)$, mais encore que, face à tout pari donné, il en évalue encore une espérance d'utilité, à l'instar du cas d'une loterie, mais cette fois à l'aide d'une distribution de probabilités subjective. Notant $\mathbf{P}^* = (P^*_1, P^*_2, \dots, P^*_M)$ cette distribution subjective de référence, on est ainsi formellement ramené au cas précédent d'une loterie.

Cette équivalence de traitement entre loteries et paris, si elle revêt les vertus scientifiques cardinales de l'esthétique et de la simplicité, est néanmoins quelque peu téméraire. Par exemple, le pari « soleil ou pluie ? », en l'absence de toute indication météorologique fiable, admet $\mathbf{P}^* = (1/2, 1/2)$ comme distribution subjective de référence, identique à la distribution objective de la loterie du jeu de pile ou face. Or la confiance en la distribution de référence est clairement moindre, s'agissant du pari sur le temps qu'il fera, que s'agissant de la loterie liée au lancer d'une pièce de monnaie. Face à la loterie, le sujet agit en « connaissance de cause » ; face au pari il en est réduit à « l'ignorance de cause » ! Il peut légitimement en résulter une différence entre les évaluations de ces deux risques, un aspect que la théorie standard ignore.

Encadré 2. Paradoxe d'Ellsberg

L'expérience d'Ellsberg, comme celle d'Allais, repose sur deux comparaisons successives. Une urne contient 90 boules, dont 30 sont rouges et les 60 autres, bleues ou jaunes, sans que l'on sache dans quelles proportions. Dans un premier temps le sujet doit choisir entre les deux options suivantes : (A) gagner 15 000 € s'il tire une rouge, rien sinon ; (B) gagner 15 000 € s'il tire une bleue, rien sinon. L'option (A) est très généralement choisie car la probabilité objective 1/3 d'un tirage rouge (loterie) inspire davantage confiance que la probabilité subjective 1/3 d'un tirage bleu (pari). Dans un second temps, le choix du sujet se porte entre deux nouvelles options : (C) gagner 15 000 € s'il tire une rouge ou une jaune, rien sinon ; (D) gagner 15 000 € s'il tire une bleue

¹ La fonction $u(\cdot)$ n'est définie qu'à une transformation affine croissante près : si $a > 0$, les fonctions d'utilité $u(x_m)$ et $v(x_m) = a \cdot u(x_m) + b$ ($a > 0$) sont deux représentations équivalentes des préférences du sujet entre les états du monde m .

² Cette relation d'ordre est stable par transformation affine croissante de la fonction d'utilité.

ou une jaune, rien sinon. On observe empiriquement que l'option (D) est très généralement préférée à l'option (C), pour cette même raison que (C) est un pari alors que (D) est une loterie, plus sécurisante.

Ce résultat expérimental contredit le principe de la chose sûre, pilier de l'axiomatique de Savage. En effet, la préférence entre gagner avec une rouge ou gagner avec une bleue ne devrait pas être inversée par la possibilité supplémentaire, dans un cas comme dans l'autre, de gagner également avec une jaune ! Notre théorie permet de contourner cet écueil, en affirmant que l'utilité espérée d'une loterie est évaluée sous une température infinie (conformément à la théorie standard), tandis que l'utilité espérée d'un pari est évaluée sous une température finie, ce qui tend à la minorer.

Choissant la fonction d'utilité VNM de telle façon que $u(0) = 0$ et $u(15\ 000) = 1$, l'utilité espérée de la loterie (A) vaut $U^*_A = 1/3$ et celle de la loterie (D), $U^*_D = 2/3$.

L'option (B) est la loterie composée consistant à ne rien gagner avec la probabilité $1/3$ et gagner, avec la probabilité $2/3$, le droit de tenter le pari « 15 000 € ou rien ». L'option (C) est la loterie composée consistant à gagner 15 000 € avec la probabilité $1/3$ et gagner, avec la probabilité $2/3$, le droit de tenter le pari « 15 000 € ou rien »

Le pari élémentaire « 15 000 € ou rien » est caractérisé par la distribution de probabilités subjective de référence $(1/2, 1/2)$. Sous la température T , la probabilité opératoire P de gagner ce pari, ainsi que son utilité espérée U , valent $P = 1/[1 + \exp(1/kT)] = U$. La valeur des options (B) et (C) en résulte, soit :

$$U_B = (1/3).0 + (2/3).U = (2/3)/[1 + \exp(1/kT)]$$

$$U_C = (1/3).1 + (2/3).U = (1/3) + (2/3)/[1 + \exp(1/kT)]$$

On constate que $U_B < 1/3 = U^*_A$ et $U_C < 2/3 = U^*_D$, en parfaite concordance avec le résultat de l'expérience d'Ellsberg.

Extension de la théorie standard

Comme nous venons de l'illustrer, la théorie standard considère uniquement l'aversion pour le risque, à l'exclusion d'un éventuel déficit de confiance du sujet vis-à-vis de sa connaissance *a priori* des ressorts du risque. Notre objectif consiste dès lors à compléter le modèle de base, en lui adjoignant un module d'engendrement de la distribution de probabilité opératoire, celle que sélectionne préalablement le sujet en vue de calculer l'utilité espérée : moins il aura confiance en la distribution de référence, plus il aura tendance à s'en écarter pour retenir une distribution moins dispersée.

Autrement dit, dans le calcul de l'utilité espérée, le sujet n'utilise pas nécessairement la distribution de référence \mathbf{P}^* mais, notamment en cas de doute sérieux sur la fiabilité de cette dernière, il se fonde sur une distribution opératoire $\mathbf{P} = (P_1, P_2, \dots, P_M)$, engendrant une espérance d'utilité inférieure à l'espérance de référence selon un principe d'auto-sécurisation cognitive. Cette croyance \mathbf{P} est une transformée de la distribution de référence \mathbf{P}^* , qui tient compte des conséquences $u(x_m)$ du contexte incertain dans les différents états du monde et qui augmente la vraisemblance relative des issues les moins favorables. Nous supposons en outre que la transformation de \mathbf{P}^* en \mathbf{P} est la moins irrespectueuse possible de la connaissance rationnelle, c'est-à-dire que parmi toutes les croyances qui garantissent un même capital de confiance, c'est-à-dire une même décote de l'utilité espérée de référence, le sujet adopte la croyance la moins dissonante vis-à-vis de son savoir de référence.

Afin de formaliser le « troc » optimisé entre *capital de confiance* et *dissonance cognitive*, il convient tout d'abord de définir rigoureusement ces deux concepts.

Dissonance cognitive

Selon la théorie de l'information de Claude Shannon [8], une occurrence aléatoire de probabilité P recèle la quantité élémentaire d'incertitude $-\log_2 P$, si bien que l'incertitude moyenne portée par une distribution de probabilité $\mathbf{P} = (P_1, P_2, \dots, P_M)$ est mesurée par l'espérance mathématique :

$$S(\mathbf{P}) = -\sum_m P_m \cdot \log_2 P_m = -k \cdot \sum_m P_m \cdot \ln P_m \quad \text{où } k = 1/\ln 2$$

La grandeur $S(\mathbf{P})$ est appelée entropie de Shannon et elle est mesurée en bits.

Selon notre modèle, deux distributions de probabilités cohabitent dans l'esprit du sujet : d'une part la connaissance \mathbf{P}^* , d'autre part la croyance \mathbf{P} . Par définition, nous appelons dissonance cognitive de \mathbf{P} par rapport à \mathbf{P}^* , soit $D(\mathbf{P} | \mathbf{P}^*)$, le différentiel d'incertitude entre ces deux distributions, évalué à l'aune de la croyance \mathbf{P} :

$$D(\mathbf{P} | \mathbf{P}^*) = k \cdot \sum_m P_m \cdot \ln P_m - k \cdot \sum_m P_m \cdot \ln P_m^* = k \cdot \sum_m P_m \cdot \ln(P_m / P_m^*)$$

La dissonance $D(\mathbf{P} | \mathbf{P}^*)$, toujours positive³, mesure la création d'information spéculative que le sujet doit assumer afin d'occulter la distribution de référence \mathbf{P}^* et lui substituer la croyance \mathbf{P} .

Capital de confiance

Par définition, le capital de confiance $K(\mathbf{P} | \mathbf{P}^*)$ procuré par la croyance \mathbf{P} , relativement à la connaissance de référence \mathbf{P}^* , est la décote opérée sur l'utilité espérée, soit :

$$K(\mathbf{P} | \mathbf{P}^*) = \sum_m (P_m^* - P_m) \cdot u(x_m) = U^* - U$$

où U^* est l'utilité espérée de référence et U l'utilité espérée opératoire⁴.

Adopter la « croyance conforme », celle qui coïncide avec la distribution de référence, revient à ne fabriquer aucune confiance artificielle :

$$P_m = P_m^* \text{ pour tout } m \Rightarrow K = 0$$

À l'autre extrême, se focaliser sur la certitude du pire, à savoir $x_{\min} = \min(x_m)$ et $u(x_{\min}) = U_{\min}$, revient à accumuler le capital de confiance maximal :

$$\{P_m = 1 \text{ si } x_m = x_{\min} \text{ et } P_m = 0 \text{ sinon}\} \Rightarrow K = U^* - U_{\min} = K_{\max}$$

Principe de moindre dissonance cognitive

La croyance \mathbf{P} adoptée par un sujet qui requiert le capital de confiance K ($0 \leq K \leq K_{\max}$) est la solution du programme de minimisation contrainte de la dissonance cognitive D :

$$\text{Min}_{\{\mathbf{P}\}} \{D(\mathbf{P} | \mathbf{P}^*) = k \cdot \sum_m P_m \cdot \ln(P_m / P_m^*) \mid \sum_m P_m = 1, K(\mathbf{P} | \mathbf{P}^*) = \sum_m (P_m^* - P_m) \cdot u(x_m) = K\}$$

Résolvant ce programme et désignant par $1/T$ ($T \geq 0$) le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte de confiance, il apparaît (après un calcul différentiel élémentaire) que la croyance \mathbf{P} est une *distribution de Boltzmann* [9], familière en physique statistique, soit :

$$P_m = \frac{P_m^* \cdot e^{-u(x_m)/kT}}{\sum_n P_n^* \cdot e^{-u(x_n)/kT}} \quad m = 1, 2, \dots, M$$

Ayant adopté cette croyance, le sujet est dit en *état d'équilibre cognitif*.

³ En raison de la concavité de la fonction entropie $S(\mathbf{P}) = -\sum_m P_m \cdot \log_2 P_m$, dont la surface représentative est entièrement située sous son hyperplan tangent au point \mathbf{P}^* .

⁴ Le capital de confiance K est défini à une homothétie positive près : si l'utilité $u(\cdot)$ est changée en $a \cdot u(\cdot) + b$, avec $a > 0$, alors K est changé en $a \cdot K$.

Température cognitive et analogie thermodynamique

La grandeur T est la *température cognitive* du sujet face au contexte incertain considéré, autrement dit le modulateur au moyen duquel il déforme la distribution de probabilités de référence. La température T est homogène à une différence d'utilité et elle est donc définie au même coefficient positif près que le capital de confiance K . Sa signification concrète est la suivante : si l'écart d'utilité entre deux états du monde est égal à la température T , alors le sujet double le ratio qui rapporte la probabilité de référence du moins favorable de ces deux états à celle du plus favorable. En effet :

$$P_m/P_n = (P_m^*/P_n^*) \cdot 2^{[u(x_n) - u(x_m)]/T} \text{ et } u(x_n) - u(x_m) = T \Rightarrow P_m/P_n = 2 \cdot (P_m^*/P_n^*)$$

- Lorsque la température T est infinie, la distribution opératoire coïncide avec la distribution de référence ($\mathbf{P} = \mathbf{P}^*$) : le sujet se sent en parfaite sécurité vis-à-vis des informations dont il dispose, ne réclame aucun capital de confiance ($K = 0$) et se comporte fidèlement à la théorie standard.
- Lorsque la température T est nulle, la distribution opératoire coïncide avec la distribution en pic fixée sur l'issue la plus défavorable ($P_m = 1$ si $x_m = x_{\min}$ et $P_m = 0$ sinon) : le sujet, primitivement en totale insécurité, pousse à l'extrême la spéculation cognitive, jusqu'à se persuader que le pire est certain et se garantir ainsi psychologiquement le capital maximal de confiance ($K = K_{\max}$).
- Entre ces deux pôles, un sujet de température T finie surpondère les occurrences les moins favorables et sous-pondère les plus favorables, d'une manière d'autant plus accentuée que sa température cognitive est basse : plus le sujet est « froid », plus sa distribution opératoire se concentre autour de l'occurrence la moins avantageuse de toutes.

La température T s'interprète encore comme le *rendement marginal décroissant* du processus de production de la confiance à partir de la dissonance. En effet, par définition du multiplicateur $1/T$ dans le programme précédent, on a :

$$dD = dK/T \Rightarrow dK = T \cdot dD$$

Autrement dit, s'il souhaite se protéger davantage, le sujet doit passer de son équilibre cognitif initial à un équilibre voisin, dans lequel il « paiera », au taux marginal T , l'incrément dK de son capital de confiance par un accroissement dD de la dissonance cognitive entre sa croyance et son savoir de référence.

Une analogie thermodynamique [10] apparaît ici pertinente : une diminution de la quantité de chaleur d'un gaz ($dQ < 0$) s'accompagne d'une baisse de son entropie ($dS < 0$) et donc d'un accroissement de l'ordre statistique, par gel de l'agitation moléculaire ; de même, *mutatis mutandis*, une augmentation du capital de confiance d'un sujet ($dK > 0$) s'accompagne d'une hausse de la dissonance cognitive ($dD > 0$) et donc d'un accroissement de l'ordre cognitif, par focalisation mentale sur l'occurrence du pire. Dans cette analogie, le capital de confiance K correspond à l'opposée $-Q$ de la quantité de chaleur, la dissonance D à la négentropie $-S$, et la température cognitive T à la température thermodynamique T .

Filant la métaphore et mettant en correspondance utilité espérée opératoire U et énergie interne U , ainsi qu'utilité espérée de référence U^* et travail mécanique W , on a l'équivalence :

$$\underline{\text{Physique}} : U = W + Q, \quad dU = dW + T \cdot dS \quad \longleftrightarrow \quad \underline{\text{Économie}} : U = U^* - K, \quad dU = dU^* - T \cdot dD$$

Ainsi, une variation dU^* de l'utilité espérée de référence (sous l'effet d'une modification des probabilités de référence P_m^* ou des niveaux d'utilité $u(x_m)$) est-elle l'équivalent d'une variation de travail dW (sous

l'effet d'une modification de pression ou de volume). Et une variation $dK = T.dD$ du capital de confiance, proportionnelle à la variation induite de dissonance dD , est équivalente à l'opposée d'une variation $dQ = T.dS$ de la quantité de chaleur, proportionnelle à la variation induite d'entropie dS . Un sujet doit s'infliger un refroidissement cognitif pour se constituer un capital de confiance, tel pourrait être un résumé imagé de notre essai de « thermocognitive » !

Le mot de la fin ou la fable décodée

Nous sommes désormais en mesure de décrire avec précision le comportement du renard de la fable. Supposons que se passer de raisins représente pour l'animal une utilité nulle et que s'en régaler lui procure une utilité égale à 2. Supposons par ailleurs que sauter avec succès lui apporte une satisfaction égale à 1 et que sauter en vain lui procure une frustration égale à -1 . Admettons enfin qu'il estime à une chance sur deux la probabilité de décrocher une grappe en sautant... mais que cette estimation lui apparaît néanmoins très fragile. Il doit maintenant choisir entre s'élancer ou passer son chemin.

La petite voix de la théorie standard lui dit : « Saute, ami goupil ! En effet, si tu sautes, tu obtiens l'utilité $1 + 2 = 3$ avec la probabilité $1/2$ et l'utilité -1 avec la probabilité $1/2$ soit, en espérance, $U^* = 3/2 - 1/2 = 1$, un résultat meilleur que si tu ne tentes pas ta chance et pars avec l'utilité 0 ! » Voyant l'animal hésiter, le bon génie de notre théorie accourt à son tour et l'aide à réfléchir : « Cognitivement tout gelé comme je te perçois, mon cher Renart, tu ferais mieux de d'abstenir ! En effet, sous une température cognitive nulle, ta probabilité d'échec devient $P = 1$, au lieu de $P^* = 1/2$ et l'utilité espérée de l'option de saut devient dès lors $U = -1$ au lieu de $U^* = 1$, si bien que le choix de l'abstention, d'utilité 0, est pour toi préférable. Et, afin qu'on ne te traite pas de poule mouillée, à ta place, moi je n'hésiterais pas à clamer haut et fort que ces raisins étaient trop verts et juste bons pour les goujats ! »

Références

- [1] Von NEUMANN John et Oskar MORGENSTERN, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1944.
- [2] SAVAGE Leonard, *The foundations of Statistics*, Wiley, 1954.
- [3] ALLAIS Maurice, « Le comportement de l'homme rationnel devant le risque : critique des postulats et axiomes de l'école américaine », *Econometrica*, vol. 21, pp. 503-46, 1953.
- [4] ELLSBERG Daniel, « Risk, Ambiguity and the Savage Axioms », *Quarterly Journal of Economics*, vol. 75, pp. 643-69, 1961.
- [5] WILLINGER Marc, « La rénovation des fondements de l'utilité et du risque », *Revue Économique*, vol. 41, N°1, pp. 5-48, 1990.
- [6] FESTINGER Léon, *A Theory of Cognitive Dissonance*, Stanford University Press, 1957.
- [7] LA FONTAINE Jean de, « Le renard et les raisins », *Les Fables*, 1668.
- [8] SHANNON Claude, *A Mathematical Theory of Communication*, University of Illinois Press, 1949.
- [9] BOLTZMANN Ludwig, *Vorlesungen über Gasttheorie I & II Theil*, Johann Ambrosius Barth, 1896 & 1898.
- [10] BOCCARA Nino, *Les principes de la thermodynamique classique*, Collection SUP, Presses Universitaires de France, 1968.